Logarithmusgleichungen (Natürlicher Logarithmus ln, Basis e)
Übung

1. Lösen Sie folgende Logarithmusgleichungen (exakter Wert). Begründen Sie ggf. die vorgegebenen maximalen Definitionsmengen.

   a) $\ln(x) = 3$

   b) $\ln(x) = -\frac{1}{4}$

   c) $3\ln(x) = 5$

   d) $9\ln(5x - 3) = 7$

   e) $\ln(3x - 1) = \ln(2x)$

   f) $\ln(2e - x^2) = 1$

   g) $\ln(x^2 - 3x) = 1$
   in $D_{max} =]-\infty; 0[\cup]3; \infty[$

   h) $\ln\left(\frac{x-3}{x+1}\right) = \ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$
   in $D_{max} =]-\infty; -1[\cup]3; \infty[$

2. Bestimmen Sie die Lösungsmenge folgender Gleichungen. Runden Sie Ihre Ergebnisse gegebenenfalls auf zwei Nachkommastellen.

   a) $\ln(x) = 4$

   b) $4\ln(2x) + 1 = 5$

   c) $\ln(x^2) = 1$

   d) $\ln(x^2 + 3x) = 1$

   e) $2\ln(x^2 + x) = 4$

   f) $\ln(\ln(x)) = 1$

   g) $\frac{\ln(x)+4}{\ln(x)} = 3$

   h) $-\frac{1}{2}(\ln(x))^2 - \ln(x) + 4 = 0$

Logarithmusgleichungen (Natürlicher Logarithmus ln, Basis e)
Lösung:

1.

a) $x_1 = e^3 \approx 20{,}09$

b) $x_1 = e^{-\frac{1}{4}} = \approx \sqrt[4]{\frac{1}{e}} \approx 0{,}78$

c) $x_1 = e^{\frac{5}{3}} \approx 5{,}29$

d) $x_1 = \frac{1}{5}\left(e^{\frac{7}{9}} + 3\right) \approx 1{,}04$

e) $x_1 = 1$

f) $x_{1/2} = \pm\sqrt{e} = \pm e^{\frac{1}{2}} \approx \pm 1{,}65$

g) $x_{1/2} = \frac{3 \pm \sqrt{9+4e}}{2}; x_1 \approx -0{,}73; x_2 \approx 3{,}73$

h) $\left[x_1 = \frac{3}{5}\right] \notin D!$

https://youtu.be/34z-KYJKORc

2.

a) $L = \{e^4 \approx 54{,}60\}$

b) $L = \left\{\frac{1}{2}e \approx 1{,}36\right\}$

c) $L = \{\pm\sqrt{e} \approx \pm 1{,}65\}$

d) $L = \left\{\frac{-3 \pm \sqrt{9+4e}}{2} \approx -3{,}73; 0{,}73\right\}$

e) $L = \left\{\frac{-1 \pm \sqrt{1+4e^2}}{2} \approx -3{,}26; 2{,}26\right\}$

f) $L = \{e^e \approx 15{,}15\}$

g) $L = \{e^2 \approx 7{,}39\}$

h) Substitution mit $u = \ln(x)$ ergibt die Lösungen $u_1 = -4$ und $u_2 = 2$, also $L = \{e^{-4}; e^2\} \approx \{0{,}02; 7{,}39\}$